

# 面向设计的纤维缠绕复合材料 压力容器结构分析方法

晏 飞 朱智春

( 上海航天技术研究院博士后科研工作站 ,上海 200233 )

摘要 : 基于薄膜理论和经典层合板理论 ,导出了纤维缠绕轴对称壳的薄膜内力、应力、应变和位移等计算公式 ,旨在探讨一种面向纤维缠绕复合材料压力容器设计的结构分析方法。最后 ,通过两个算例评估了方法的有效性。

关键词 : 薄膜理论 ; 经典层合板理论 ; 纤维缠绕复合材料压力容器 ; 结构分析

中图分类号 :V414.1 ;V258<sup>+</sup>.15 文献标识码 :A

## Design-Oriented Structural Analysis Methodology of Filament Wound Composite Pressure Vessels

YAN Fei ZHU Zhi-chun

( Postdoctoral Workerstation of SAST ,Shanghai 200233 ,China )

**Abstract :** A design-oriented structural analysis capability for filament wound composite pressure vessels that utilize membrane theory and classical laminate plate theory is described. The paper focuses on the filament wound composite pressure vessel model definition and associated analytical formulation. Typical analysis results for filament wound composite axisymmetrical shells are presented and compared with those from conventional finite element analyses to assess the accuracy of this analysis capability.

**Key words :** Membrane theory ; Classical laminate plate theory ; Filament wound composite pressure vessel ; Structural analysis

### 1 引言

纤维缠绕压力容器的壳体是由纤维和树脂采用缠绕工艺制成的整体受力结构件。通过精心地选择缠绕线型、纤维缠绕角和缠绕层厚度等参数 ,我们可以设计出最有效地承受内压载荷的压力容器结构。这是纤维缠绕压力容器最突出的优点 ,它突出了纤维缠绕压力容器结构优化设计的必要性和重要性 ,而

收稿日期 : 2003-01-24 修回日期 2003-06-16

作者简介 : 晏飞( 1964- ) ,男 ,高级工程师 ,博士 ,研究方向 :飞行器结构设计和分析 ( 200233 )上海市桂平路 680 号 801 所。

朱智春( 1966- ) ,男 ,高级工程师 ,博士 ,研究方向 :飞行器结构设计和分析 ( 200233 )上海市桂平路 680 号 801 所。

万方数据

快速可靠的结构分析方法是保证纤维缠绕压力容器优化设计成功的关键。

传统上,纤维缠绕压力容器设计中最常用的结构分析方法是网络理论<sup>[1]</sup>。网络理论具有简单、易用和快捷的特点。但它忽略了基体的承载能力和纤维与基体粘接界面的影响,分析结果比较粗糙,基于它的压力容器设计也比较保守。另一种比较常用的结构分析方法是有限元方法。它通用性强、计算精度高、数值性质良好,能够分析比较复杂的结构。但要在纤维缠绕压力容器设计中广泛使用它,仍然具有一定的难度,因为有限元建模和求解需要花费大量的时间和费用。因此,在纤维缠绕压力容器设计中,应当权衡分析精度和计算效率两方面的要求,选择合适的结构分析方法。鉴于此,本文基于薄膜理论和经典层合板理论,提出了一种面向设计的纤维缠绕压力容器结构分析方法,旨在提高纤维缠绕压力容器的设计效率和质量。

## 2 结构理想化

纤维缠绕压力容器壳体的纤维分布特征为

(1) 纤维排列关于子午线是对称的;

(2) 纤维与子午线的夹角  $\alpha$  是变化的,  $\alpha$  为平行圆半径  $r$  的函数,即  $\alpha = \alpha(r)$ ,赤道圆上的缠绕角等于  $\gamma$ ,极孔上的缠绕角等于  $\pi/2$ ;

(3) 由物质守恒定律知,通过平行圆法截面的纤维总量等于通过赤道圆法截面的纤维总量。由于平行圆半径是变化的,所以壳体的厚度也是变化的,即  $h = h(r)$ 。

因此,压力容器的几何、材料和载荷都是轴对称的。又因为压力容器壳体的壁厚一般较薄,所以结构分析时可以假定:

(1) 纤维缠绕压力容器的壳体及其各单层均处于广义平面应力状态;

(2) 忽略纤维缠绕压力容器壳体弯曲和扭转刚度的影响。

据此假定,纤维缠绕壳体就变成了薄膜,即将纤维缠绕压力容器壳体简化成为一个处于广义平面应力状态的轴对称薄壳结构,其典型几何形状和坐标系如图 1 所示。取壳体的主曲率线坐标为子午线(经线)  $s$  和平行圆线(环线)  $\theta$  的切线,法线  $\eta$  垂直壳体中面向外。子午线  $s$  和平行圆线  $\theta$  的切线与壳体法线  $\eta$  构成局部参考直角坐标系  $(s, \theta, \eta)$ 。用这种模型对结构进行分析的一套理论和方法称为薄膜理论,它是一种典型的无矩理论。

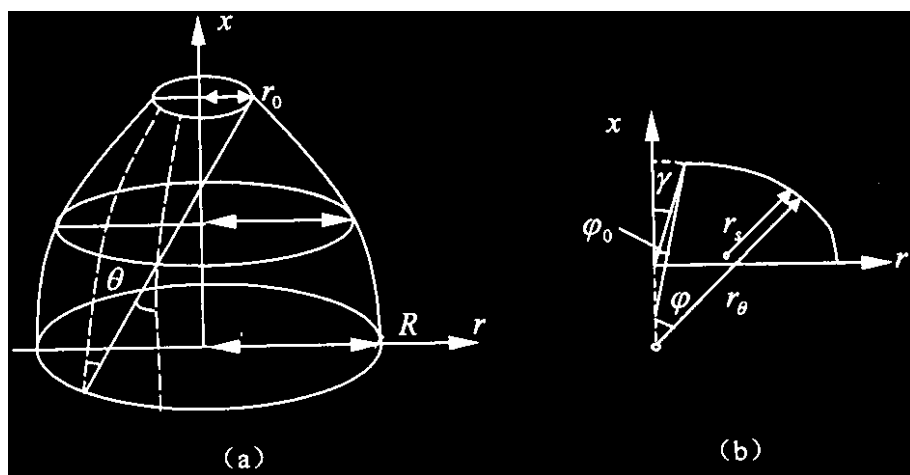


图 1 纤维缠绕压力容器的壳体

### 3 分析公式

#### 3.1 薄膜内力分析

根据薄膜理论<sup>[2]</sup>,一般轴对称壳的薄膜内力为

$$N_s = \frac{1}{r_\theta \sin^2 \varphi} \int_{\varphi_0}^{\varphi} (p_\eta \cot \varphi - p_s) r_s r_\theta \sin^2 \varphi d\varphi \quad (1a)$$

$$N_\theta = r_\theta \left( p_\eta - \frac{N_s}{r_s} \right) \quad (1b)$$

$$N_{s\theta} = N_{\theta s} = 0 \quad (1c)$$

式中,下标  $s$ 、 $\theta$  和  $\eta$  分别代表轴对称壳的经向、环向和法向; $p_s$  和  $p_\eta$  分别是轴对称壳经向  $s$  和法向  $\eta$  上的单位面积载荷; $\varphi$  是轴对称壳的余纬度角。进一步地,如果  $p_s = 0$ ,  $p_\eta = \text{const}$ ,即纤维缠绕轴对称壳仅承受均匀内压载荷,则轴对称壳的薄膜内力分别为

$$N_s = \frac{1}{2} p_\eta r_\theta \left( 1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right) \quad (2a)$$

$$N_\theta = \frac{1}{2} p_\eta r_\theta \left[ 2 - \frac{r_\theta}{r_s} \left( 1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right) \right] \quad (2b)$$

$$N_{s\theta} = N_{\theta s} = 0 \quad (2c)$$

其中

$$r_s = \frac{\sqrt{(1 + r_{,xx}^2)^3}}{r_{,xx}}, r_\theta = r \sqrt{1 + r_{,x}^2} \quad (3)$$

分别是轴对称壳子午线和平行圆线的主曲率半径; $x$  是轴对称壳的轴向坐标; $r$  是轴对称壳的平行圆半径; $r_0$  是轴对称壳顶端开口的半径。式(1)和(2)是由平衡条件得到的,与壳体的材料特性无关。因此,它们对任何材料制成的轴对称壳都成立。

#### 3.2 应力和应变分析

##### A. 应力与应变关系

根据经典层合板理论<sup>[3]</sup>,单层板的正轴应力-应变关系为

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

式中, $Q_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 6$ ) 是单层板的正轴模量。它们可由其 4 个独立的面内工程弹性常数  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $G_{12}$  和  $\nu_{12}$  求得

$$Q_{11} = mE_1, Q_{12} = m\nu_{12}E_2, Q_{22} = mE_2, Q_{66} = G_{12} \quad (5)$$

其中

$$m = \left( 1 - \frac{\nu_{12}^2 E_2}{E_1} \right)^{-1} \quad (6)$$

正轴应变由偏轴应变通过几何变换得到

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ 1 & -\cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ 0 & -2\sin 2\theta & 2\cos 2\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p \\ q \\ r \end{Bmatrix} \quad (7)$$

其中

$$p = \frac{1}{2}(\varepsilon_s + \varepsilon_\theta), q = \frac{1}{2}(\varepsilon_s - \varepsilon_\theta), r = \frac{1}{2}\gamma_{s\theta} \quad (8)$$

式中,  $\theta$  是纤维缠绕角;  $\epsilon_s$  和  $\epsilon_\theta$  分别是纤维缠绕轴对称壳在经向和环向的应变, 由其薄膜本构方程给出。

### B. 薄膜本构方程

在纤维缠绕过程中, 相邻的  $+\theta$  铺层和  $-\theta$  铺层交替铺设且厚度相等。由于层数较多, 可以近似地认为轴对称壳的纤维缠绕层是一个对称层壳, 即它不存在交叉耦合效应。因此, 将其薄膜本构方程表示为<sup>[415]</sup>

$$\begin{Bmatrix} N_s \\ N_\theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 + U_4 + U_2 V_1 & U_1 - U_4 + U_2 V_1 + 2U_3 V_2 \\ U_1 + U_4 - U_2 V_1 & U_4 - U_1 + U_2 V_1 - 2U_3 V_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p \\ q \end{Bmatrix} \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{4} [Q_{11} + 2Q_{12} + 2Q_{66}] + Q_{22} \\ U_2 &= \frac{1}{2} [Q_{11} - Q_{22}] \\ U_3 &= \frac{1}{4} [Q_{11} - 2Q_{12} + 2Q_{66}] + Q_{22} \\ U_4 &= \frac{1}{4} [Q_{11} + 2Q_{12} - 2Q_{66}] + Q_{22} \end{aligned} \quad (10)$$

是刚度不变量;

$$V_1 = \frac{1}{h} \int_0^1 \cos 2\theta(u) du, \quad V_2 = \frac{1}{h} \int_0^1 \cos^2 2\theta(u) du \quad (11)$$

是几何因子;  $\theta(u)$  是沿壳体厚度方向分布的纤维角;  $h$  是纤维缠绕层的厚度。由于  $\int_0^1 (\cos 2\theta - V_1) \theta du \geq 0$ , 所以几何因子  $V_1$  和  $V_2$  还满足如下关系

$$-1 \leq V_1 \leq 1, \quad V_1^2 \leq V_2 \leq 1 \quad (12)$$

从式(9)~(12)可以看出, 在材料确定的情况下, 几何因子( $V_1, V_2$ )控制了纤维缠绕轴对称壳的薄膜刚度。若已知轴对称壳的铺层结构, 则必有唯一的一组几何因子( $V_1, V_2$ )与之对应。将这些几何因子代入上述分析公式, 可以求出相应的轴对称壳应力、应变和位移。

### 3.3 位移分析

纤维缠绕轴对称壳经向和环向应变分别为<sup>[6]</sup>

$$\epsilon_s = \frac{1}{r_s} \left( \frac{\partial u}{\partial \varphi} + w \right) \quad (13)$$

$$\epsilon_\theta = \frac{1}{r_\theta} (u \cot \varphi + w) \quad (14)$$

则由式(8)(13)和(14)可导出纤维缠绕轴对称壳经向和法向的位移计算公式为

$$u = \sin \varphi \left( \int \frac{1}{\sin \varphi} \{r_s - r_\theta \quad r_s + r_\theta\} \begin{Bmatrix} p \\ q \end{Bmatrix} d\varphi + C_1 \right) \quad (15)$$

$$w = r_\theta (p - q) - u \cot \varphi \quad (16)$$

式中,  $C_1$  是积分常数, 由  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  时的边界条件  $u = 0$  确定。

由于式(16)中的积分非常复杂, 因此难以得到位移的封闭解, 工程中常采用比较简单的径向位移, 即

$$\bar{w} = r(p - q) \quad (17)$$

来研究纤维缠绕轴对称壳的变形情况。

## 4 算例

旨在通过算例评估纤维缠绕轴对称壳结构分析的精度和有效性, 检验它在不同情形的性能。已知缠

绕材料为石墨 / 环氧树脂 ,其材料性能为  $E_1 = 142\text{ GPa}$  , $E_2 = 10.8\text{ GPa}$  , $\nu_{12} = 0.3$  , $G_{12} = 5.49\text{ GPa}$  ,要求分析纤维缠绕圆柱壳、椭球壳和球壳在均匀内压  $p_\eta = 1\text{ MPa}$  作用下的径向位移和应力 ,并与相应的有限元分析 ( FEA ) 结果进行比较。

4.1 纤维缠绕圆柱壳

圆柱壳半径  $R = 0.1\text{ m}$  ,长度  $L = 0.3\text{ m}$ 。圆柱壳采用单一螺旋型缠绕 ,缠绕角  $\theta = 14.4787^\circ$  ,缠绕层厚度  $h = 0.008\text{ m}$ 。因为纤维缠绕圆柱壳的几何、材料和载荷沿其纵向和环向都是均匀分布的 ,所以壳体上的应变、应力和位移也是均匀分布的。圆柱壳薄膜理论和有限元分析结果如表 1 所示。

表 1 纤维缠绕圆筒分析结果

性能		薄膜理论	有限元	相对误差
径向位移 ( mm )		0.11466	0.11749	- 2.4%
	纵向	0.933867	0.941443	- 0.8%
铺层应力 ( GPa )	横向	11.5661	11.5874	- 0.2%
	剪切	3.30158	3.307737	- 0.2%

从表 1 可以看出 ,薄膜理论与有限元结果相当吻合 ,径向位移相对误差不超过 2.4% ,铺层应力相对误差不超过 1%。

4.2 纤维缠绕旋转壳

考虑两种情况 :椭球壳和球壳。椭球壳长半轴  $a = 0.1\text{ m}$  ,短半轴  $b = 0.06\text{ m}$ 。球壳半径  $R = 0.1\text{ m}$ 。壳体顶端开口半径  $r_0 = 0.025\text{ m}$ 。壳体按测地线进行螺旋缠绕 ,缠绕角  $\theta = \sin^{-1} \frac{r_0}{r}$  ,缠绕层厚度  $h = \frac{a \cos \theta_0}{r \cos \theta} h_0$ 。壳体赤道处的纤维缠绕角  $\theta_0 = 14.4787^\circ$ 、缠绕层厚度  $h_0 = 0.008\text{ m}$ 。纤维缠绕椭球壳和球壳的分析结果分别如图 2 和图 3 所示。

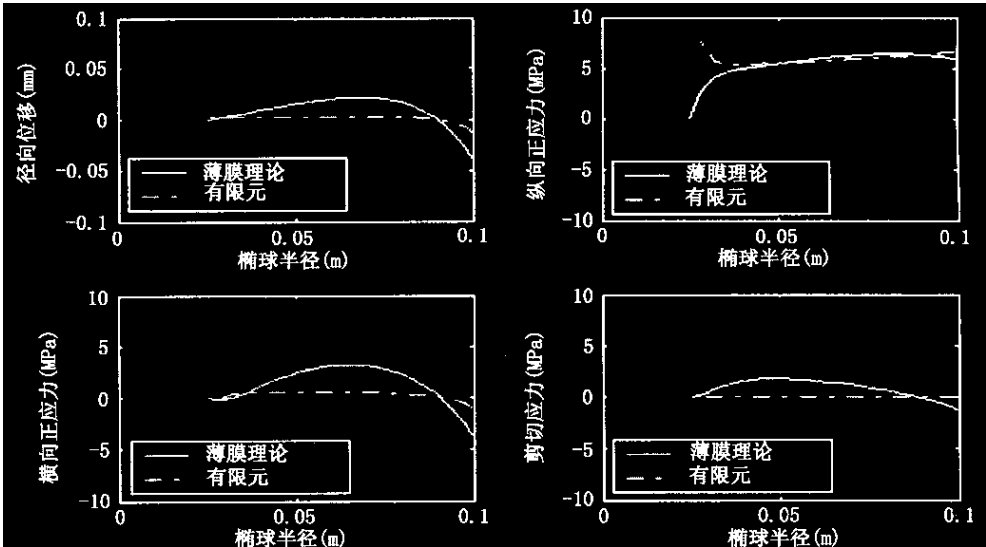


图 2 纤维缠绕椭球壳的分析结果

从图 2 和图 3 可以看出 :  
( i ) 在壳体的大部分区域 ,薄膜理论高估了径向位移和薄膜应力 ;

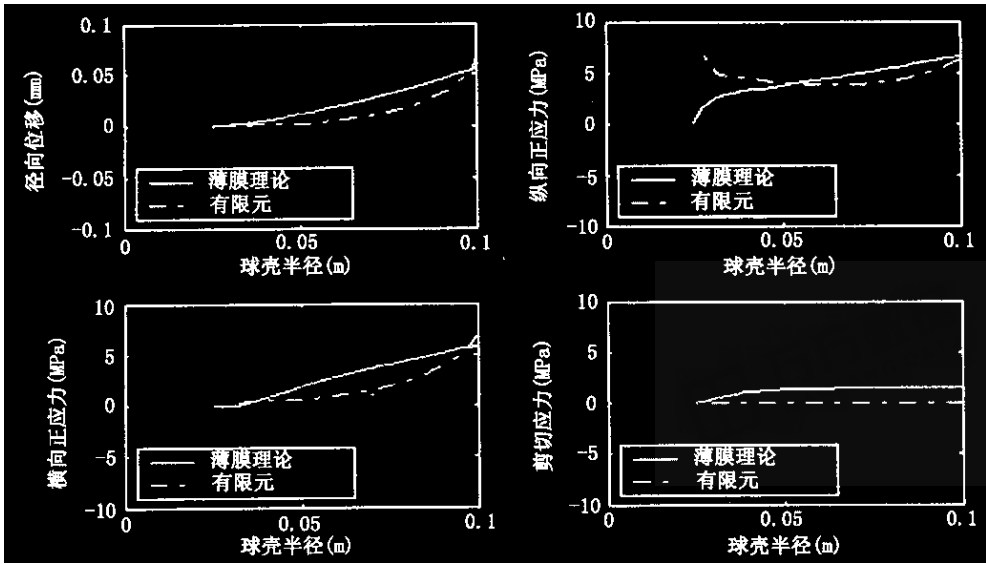


图3 纤维缠绕球壳的分析结果

(ii) 在壳体开口附近, 壳体纵向薄膜应力剧烈下降;

(iii) 在壳体赤道附近, 椭球壳的径向位移、横向及剪切应力均为负值, 变化比较剧烈。球壳的径向位移及所有铺层应力都为正值, 变化相对平缓, 分析结果比椭球壳略有改善。

## 5 小结

对于纤维缠绕圆筒, 薄膜理论的分析精度较高。对于纤维缠绕椭球壳和球壳, 薄膜理论的分析精度较低。另一方面, 准确地预测壳体各个铺层的横向和剪切应力也非常重要。因为无论是圆柱壳还是椭球壳和球壳, 壳体的横向和剪切应力都比较大, 壳体很可能会因这些载荷而导致基体开裂失效。因此, 实用中圆柱壳很少采用单一的螺旋型缠绕, 一般采用螺旋加环向型纤维缠绕。纤维缠绕复合材料柱形压力容器一般也不采用椭球和球形封头, 而采用平衡型的等应力封头或平面缠绕封头。

## 参考文献:

- [1] 张骏华主编. 导弹和运载火箭复合材料结构设计指南[M]. 宇航出版社, 1999
- [2] Gramoll K. Stress analysis of filament wound open-ended composite shell[C]. Proc. of the 34th Structure, Structural Dynamics and Materials (SDM) Conf. 1993
- [3] 张志民主编. 复合材料结构力学[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1993
- [4] Fukunaga H and Chou T W. On laminate configurations for simultaneous failure[J]. Journal of Composite Materials, 1988, 22: 271 ~ 286
- [5] Fukunaga H and Chou T W. Simplified design techniques for laminated cylindrical pressure vessels under stiffness and strength constraint[J]. Journal of Composite Materials, 1988, 22: 1156 ~ 1169
- [6] Giles G L. Design-oriented analysis of aircraft fuselage structures using equivalent plate methodology[J]. Journal of Aircraft, 1999, 36(11): 21 ~ 28

作者: 晏飞, 朱智春  
作者单位: 上海航天技术研究院博士后科研工作站, 上海, 200233  
刊名: 强度与环境   
英文刊名: STRUCTURE & ENVIRONMENT ENGINEERING  
年, 卷(期): 2003, 30(4)  
引用次数: 1次

参考文献(6条)

1. 张骏华 导弹和运载火箭复合材料结构设计指南 1999
2. Gramoll K Stress analysis of filament wound open-ended composite shells 1993
3. 张志民 复合材料结构力学 1993
4. Fukunaga H, Chou T W On laminate configurations for simultaneous failure 1988
5. Fukunaga H, Chou T W Simplified design techniques for laminated cylindrical pressure vessels under stiffness and strength constraints 1988
6. Giles G L Design-oriented analysis of aircraft fuselage structures using equivalent plate methodology 1999(11)

引证文献(1条)

1. 谢霞, 姜亚明, 邱冠雄, 王鹏, 许爱芬 多向纤维缠绕玻璃钢管的轴向压缩性能[期刊论文]-机械工程材料 2007(10)

本文链接: [http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_qdyhj200304003.aspx](http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_qdyhj200304003.aspx)

下载时间: 2009年10月15日